六軸機械操作手臂 — 位置運動學分析

6-Axis Manipulator —Position Kinematics Analysis

彭彥嘉
工研院機械所
智慧系統工程技術組
智慧模組技術部

關鍵詞

・工業機械操作手臂　Industrial Manipulator
・正向運動學　Forward Kinematics
・逆向運動學　Inverse Kinematics

摘要

本文希望藉由已發展成熟的機器人理論，對工業機器人做運動學方面的分析，包括描述三維空間中的位置與方法的知識、正向運動學、逆向運動學等的探討，並以一部六軸機器手臂為分析實例。

This article has been developed by the robot theory, kinematic aspects of industrial robots to do the analysis, including three-dimensional space to describe the location and methods, forward kinematics, inverse kinematics and taking a six-axis robot for the analysis of examples.

一、前言

機器人技術是集機械、電子、自動控制、計算機以及人工智能等多科學領域的一項綜合性應用技術。1980 年開始日本等國迅速普及工業機器人，國際上稱這年為「機器人元年」。隨著機構學、自動控制理論、計算機技術的發展，機器人在工業界的應用甚廣，它兼具高效率及工作穩定的兩大優點，在追求自動化生產的過程中扮演不可或缺的角色。

二、機器人運動學預備知識

一、齊次平移轉換矩陣

機械手臂操作是指通過某種機構使得終端器在空間中做出我們所需要的運動。自然的就需要表達終端器及機構本身的位置和姿態。要定義運用表達位置及姿態的數學量，我們必須定義座標系給出表達的規則。首先，關於某一座標系相對於大地座標系的平移(Translation)運動，可由以下三種有關平移運動的齊次轉換(homogeneous transformations)公式求出，此移動的座標系，經過平移運動之後，位於大地座標系之中的表達方式。

相對於大地座標 x 平移 a 單位，

$$Trans_{x,a}=\begin{bmatrix}1&0&0&a\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-1)}$$

相對於大地座標 y 平移 b 單位，

$$Trans_{y,b}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&b\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-2)}$$

相對於大地座標 z 平移 c 單位，

$$Trans_{z,c}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&c\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-3)}$$

二、齊次旋轉轉換矩陣

另外若是某一座標系相對於大地座標系的旋轉(Rotation)運動，可由以下三種有關旋轉運動的齊次轉換(homogeneous transformations)公式求出，此移動的座標系，經過旋轉運動之後，位於大地座標系之中的表達方式。

相對於大地座標 x 軸旋轉 α 單位，

$$Rot_{x,a}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&c\alpha&-s\alpha&0\\0&s\alpha&c\alpha&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-4)}$$

相對於大地座標 y 軸旋轉 β 單位，

$$Rot_{y,\beta}=\begin{bmatrix}c\beta&0&s\beta&0\\0&1&0&0\\-s\beta&0&c\beta&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-5)}$$

相對於大地座標 z 軸旋轉 γ 單位，

$$Rot_{z,\gamma}=\begin{bmatrix}c\gamma&-s\gamma&0&0\\s\gamma&c\gamma&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-6)}$$

其中，$s\alpha$ 為 $\sin\alpha$ 簡寫，$c\alpha$ 為 $\cos\alpha$ 簡寫，其他類推。

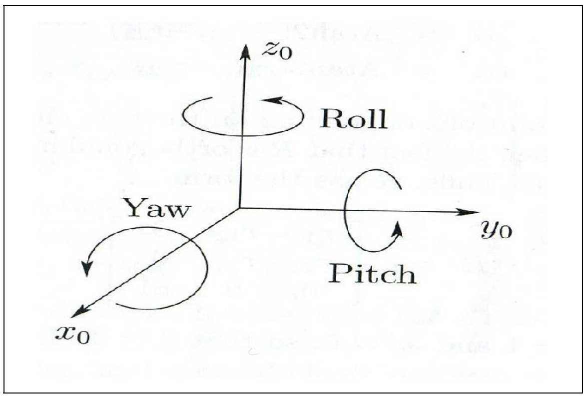
三、Roll, Pitch, Yaw Angles

再者，一般對於某一位置點的方位角敘述方式為 Roll, Pitch, Yaw Angles，此方式是為最常見的描述方式。如圖一所示，相對於固定的大地座標系，Yaw 為對其 x_0 軸旋轉 ψ 角，Pitch 為對其 y_0 軸旋轉 θ 角，Roll 為對其 z_0 軸旋轉 ϕ 角，經過此一系列旋轉後，可得到一有關方位角敘述的轉換矩陣，

$$R=R(z,\phi)R(y,\theta)R(x,\psi)$$

$$=\begin{bmatrix}c\phi&-s\phi&0\\s\phi&c\phi&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c\theta&0&s\theta\\0&1&0\\-s\theta&0&c\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&c\psi&-s\psi\\0&s\psi&c\psi\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}c\phi c\theta&-s\phi c\psi+c\phi s\theta s\psi&s\phi s\psi+c\phi s\theta c\psi\\s\phi c\theta&c\phi c\psi+s\phi s\theta s\psi&-c\phi s\psi+s\phi s\theta c\psi\\-s\theta&c\theta s\psi&c\theta c\psi\end{bmatrix} \quad \text{(eq.1-7)}$$



圖一　Roll, Pitch, Yaw angles