



五軸電腦數控工具機治具誤差預測與傾斜面機能補正

Prediction of Fixturing Errors and Tilted Working Plane Compensation for Five-Axis CNC Machine Tools

¹洪人爵 / ²葉賜旭 / ³林孟輝 / ⁴李建毅

¹國立台北科技大學 機電整合研究所 研究生

²國立台北科技大學 機電整合研究所 副教授

³愛爾蘭商速聯股份有限公司台灣分公司 台灣營運副廠長

⁴工研院智慧機械中心 智慧機械技術組 資訊與資源部 經理

摘要：本文分析治具誤差之主要來源，並且針對五軸電腦數控工具機提出一種有效的治具定位流程，可改善傳統治具定位方式。結合五軸電腦數控工具機的傾斜面機能補正設定與齊次轉換矩陣可計算治具定位器的位置，導入工具機檢測探頭系統擷取定位器之點資料，預測加工件擺放到治具上的位置及方位，可使加工之參考座標旋轉偏移至理想之參考座標，降低治具定位誤差。

Abstract : In this paper, the main sources of fixture errors were analyzed, and an effective fixture positioning process for five-axis CNC machine tools was proposed, which improved positioning accuracy of using the traditional fixture positioning method. Considering the settings of the tilted work plane (TWP) compensation, the obtained positions of fixture locators, and the homogeneous transformation matrix, the analyzing results presented in this paper can be used to calculate the position of fixture locators and then to predict the position and orientation of the workpiece placed on the fixture. Therefore, the program coordinate frame can be shifted and oriented to the reference coordinate, and can reduce the fixture positioning errors.

關鍵詞：治具誤差預測、傾斜面機能補正、五軸電腦數控工具機

Keywords : Prediction of Fixturing Errors, Tilted Work Plane Compensation, Five-Axis CNC Machine Tools

簡介

傳統的加工流程為治具固定後，經過量測定位，上料加工；首次加工後必須量測工件尺寸是否在公差內，一旦被加工之工件溢於公差之外，只能以修整或調整治具及定位器來解決誤差問題，作業流程因此而停滯，當然，其缺點也就不言而喻。本研究即針對此一誤差修整的繁瑣動作，進行改良與

修正，可以直接透過治具誤差的計算、預估及補償，讓加工流程一次到位，得到精確的加工件。

加工件與治具間的誤差關係可以分為下列幾種：1.加工件表面誤差、2.加工件與定位器之接觸面與接觸方向的誤差、3.定位器之幾何誤差、4.治具夾緊造成加工件變形之誤差。Salisbury and Peters[1]認為定位器與加工件的接觸面的表面誤差，是導致加



工件在夾具中位移的一個因素，並使用牛頓-拉夫遜 (Newton-Raphson) 技術，一種在實數域和複數域上近似求解方程的方法，開發了一種數學模型，用來評估接觸面表面誤差對圓柱加工件位置和方向的影響。Rong 等人[2]基於向量公差帶開發了一種定位誤差分析方法進行設置規劃和治具設計，透過同步定位元件的定位功能定義座標系統，模擬實際定位情形，再利用靈敏度分析開發定位誤差的演算法，此法已被應用在 CAD 等商用軟體。Wan 等人[3]把機床、治具、加工件基準三種可能對最後加工結果造成因素，利用微分運動理論建立一模型，用以評估機床、治具和加工件將造成各方向及方位的誤差，並以調整定位器的長度的方式，用來減小加工路徑相對於加工件之誤差。Tang 等人[4]將治具之定位器轉換成六個定位點，透過一階泰勒展開導出線性化模型來傳達定位點誤差與定位誤差之間的關係，使用齊次轉換矩陣對加工件的平面、圓柱及自由曲面特徵公差參數化，其計算結果與三維控制系統(3-dimensional control system, 3DCS)誤差分析外掛軟體計算之結果非常相近。夾緊治具若夾持力道大，迫使加工件產生彈性變形，完成加工程序將治具鬆開後，加工件回復到初始狀態，將產生誤差，Li and Melkote[5]使用離散的彈性接觸模型來表示每個定位器與加工件之接觸點，藉此計算出夾持時加工件之變形，以改善整體加工件偏轉和反作用力特性。Sánchez 等人[6]提出了一種研究治具夾持並加工時，加工件與定位器接觸點之變形和整體加工時加工件之變形，並將這些誤差信息引入 CAD/CAM(computer aided design/manufacturing)的資料庫中，從而提供新的切削刀具路徑補償上述誤差。Qin 等人[7]分析了加工件位置誤差、工件彈性變形與基準誤差，評估定位及夾緊過程中提高的工件位置誤差，並考慮工件彈性變形與接觸面或點的方向，透過摩擦治具系統最小化夾持能量，用解非線性數學模型的方式來定義加工件夾緊過程的彈性變形，相對於夾緊過程中的彈性變形。Raghu and

Melkote[8]除了分析加工件之彈性變形外，也將定位器之彈性變形考慮進去，透過解拘束優化模型得到整體變形，並使用部分響應點來檢查幾何誤差和順應性對加工件位置誤差的影響。

許多文獻都將各方面可能造成的治具誤差透過各種方式計算出來，雖然可以知道誤差量，但往往沒有適當的處理方式縮小治具誤差。Wan 等人[3]與 Khodaygan[9, 10]透過調整定位器來達到縮小誤差之效果，但此法可能每次調整就需要再計算一次，過程繁瑣。Rong 等人[2]、Sánchez 等人[6]、Fallah and Arezoo[11]提出了透過修改加工路徑之數值達到縮小誤差的結果，但若龐大的加工路徑需要修改，將造成許多麻煩。

本研究結合加工機測頭系統與齊次轉換矩陣(homogeneous transformation matrix, HTM)，量測及計算治具定位器造成個的各項誤差，並將誤差補償量輸入 CNC 五軸加工機，透過五軸加工機之斜面加工指令，使加工件旋轉移動至加工路徑，藉此補償治具造成的治具誤差。與現有文獻方法相比較，此方法不需要對治具做調整，也不需要修改加工路徑之數值進行修改，更不需要精密度非常高的治具，即可有效的補償治具之誤差。

實驗設備描述

本論文使用 CNC 五軸加工中心機，如圖 1 所示，搭配日本 FANUC Series 31i-MODEL B5 控制器實現誤差補償之目的。斜面加工指令(tilted work plane, TWP)可以說是 G68 座標旋轉的進階指令，使用五軸加工機定角度加工時常用。斜面加工指令功能除了 G54 座標偏移功能外可以進一步再做偏移和旋轉，旋轉方式有“尤拉角”及“翻滾-俯仰-偏擺角(roll-pitch-yaw)”等幾種。本研究使用“翻滾-俯仰-偏擺角”方法用以完成誤差補償之效果，由於演算法是照著“翻滾-俯仰-偏擺角”方法開發，將其計算結果直接輸入到此方法中較容易，依照圖 2 右之設定選單依序為絕對或增量位移旋轉、旋轉順序、位移

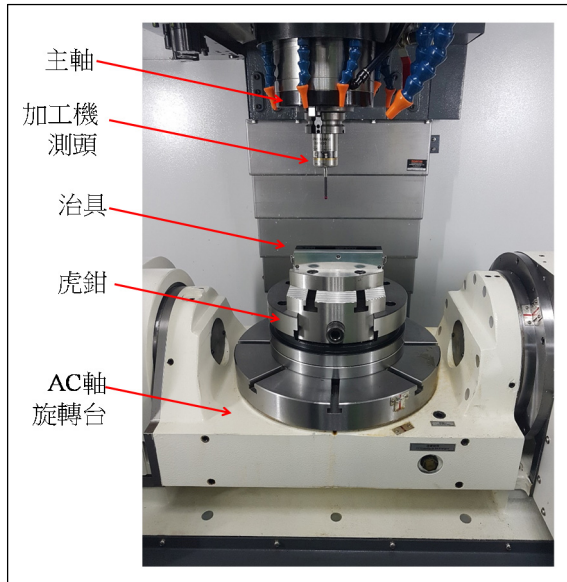


圖 1 CNC 五軸加工中心機

向量之 X、Y、Z 向與各軸旋轉角度。其中(a)為座標偏轉方式，分為絕對與相對兩種方式；(b)為旋轉順序；(c)為座標偏移量 X、Y、Z；(d)的 I、J、K 為各軸旋轉角度。圖 2 左下方的座標 X、Y、Z 為座標旋轉前之位置，旋轉與偏移後之座標為 X'、Y'、Z'，I、J、K 為沿著各軸旋轉的角度，P 點為座標 X、Y、Z 偏移後的位置。

治具誤差預估與補償

部份五軸加工機中，有工件設置誤差功能，可補償加工件固定在治具上之誤差，但補正方式固定，將無法活用於各種形式之治具上，也因各定位器之位置對加工件固定的位置及方位有交互影響的關係，使補償值計算過程繁瑣。本研究定義之治具誤差為實際與理想加工程式之參考座標之間，位置與方位的偏差，而理想加工程式之參考座標是由實際加工件位置決定的，在理想加工件位置與其加工程式之參考座標之間的相對關係，套用在實際加工件位置上，即可得到理想加工程式之參考座標，如圖 3 所示。

本研究由治具上之六個定位器的點資料，計算斜面加工指令所需要的位置與方位誤差，由於補償前後可得到兩座標系，所以利用齊次轉換矩陣與餘弦定理做運算。本研究以圖 4 所示之加工件為例，說明圖 5 實驗治具誤差的預測及補償步驟如下。

步驟一：

設實際加工程式之參考點為第 0 號座標系，透過加工機測頭得到第 0 號座標系之定位器點資料。

步驟二：

透過 \overline{AB} 及 \overline{AC} 二向量可計算出法向量 \vec{n} ，由於 A、

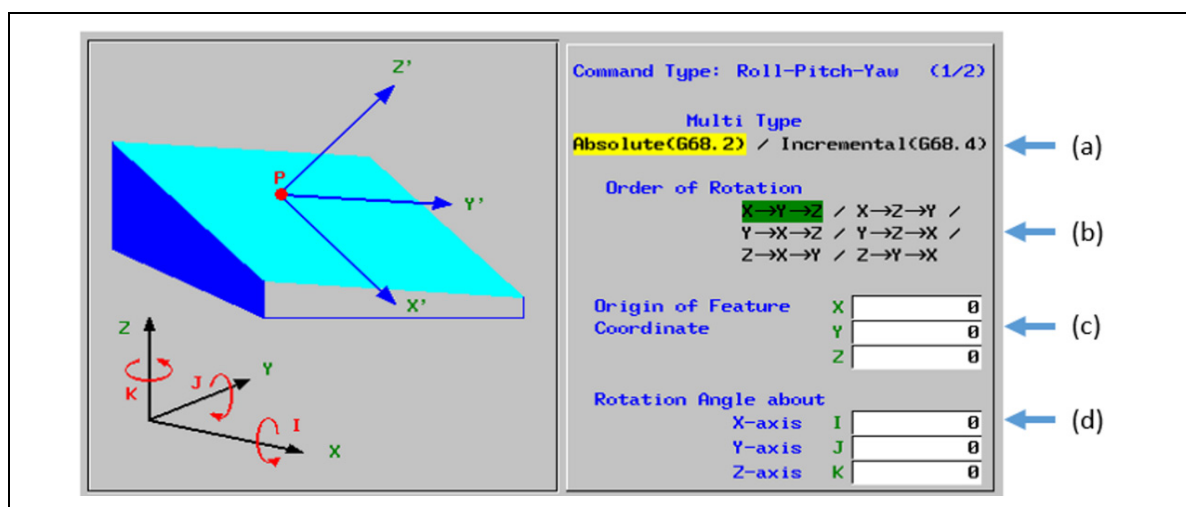


圖 2 “翻滾-俯仰-偏擺角” 斜面加工指令設定[12]

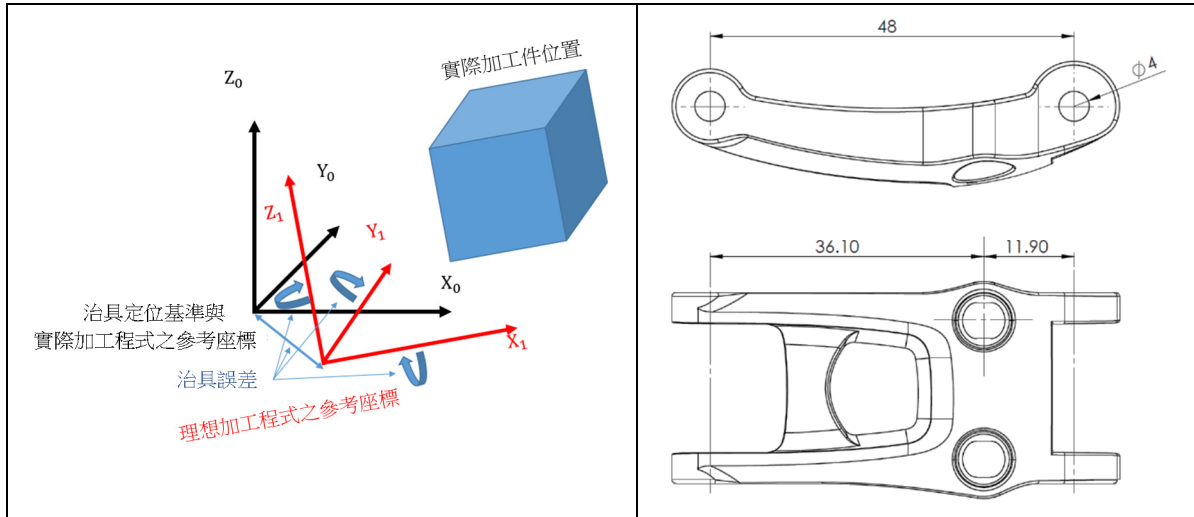


圖 3 治具誤差概念圖

圖 4 加工件工作圖

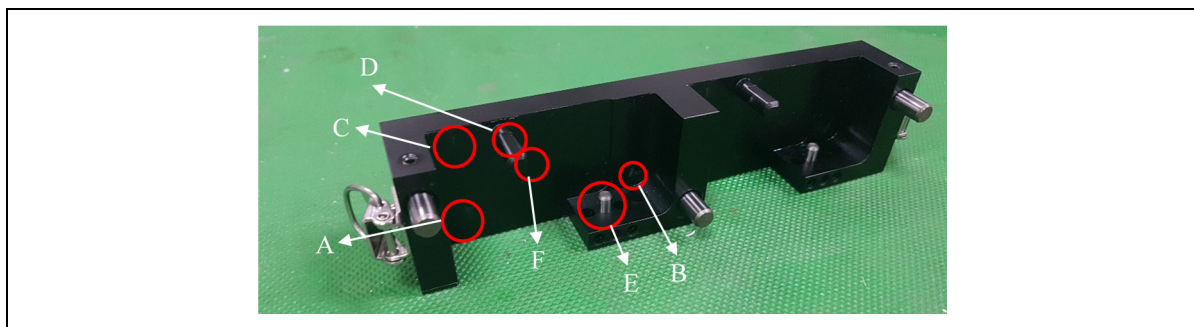


圖 5 實驗治具及定位器的分布，定位器 A、B、C 限制 Y 軸向及其相關自由度，定位器 D、E 限制 Z 軸向及其相關自由度，定位器 F 限制 X 軸向自由度。

B、C 三個定位器坐落在 X、Z 平面上，定位器的支撐方向在 Y 軸，所以將尺寸差 $(A_y - B_y)$ 與 $(A_y - B_y)$ 入計算，如式(1)至式(3)。

$$\overline{AB} = (A_x^0 - B_x^0, A_y^0 - B_y^0 - (A_y - B_y), A_z^0 - B_z^0) \quad (1)$$

$$\overline{AC} = (A_x^0 - C_x^0, A_y^0 - C_y^0 - (A_y - C_y), A_z^0 - C_z^0) \quad (2)$$

$$\vec{n} = \overline{AB} \times \overline{AC} = (n_x^0, n_y^0, n_z^0) \quad (3)$$

步驟三：

根據法向量 \vec{n} 計算出的兩角度為沿 X 軸旋轉的角度 α 與沿 Z 軸旋轉的角度 γ ，如式(4)及式(5)。

$$\alpha = n_z^0 \times |n_z^0| \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{(n_x^0)^2 + (n_y^0)^2}}{\sqrt{(n_x^0)^2 + (n_y^0)^2 + (n_z^0)^2}} \right) \quad (4)$$

$$\gamma = -\tan^{-1} \left(\frac{n_x^0}{n_y^0} \right) \quad (5)$$

步驟四：

旋轉順序為先轉 γ 再轉 α ，並建立 1 號座標系與治具定位點的第 0 號座標系之齊次轉換矩陣 H_1^0 ，如式(6)所示。

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \cos\alpha & \sin\gamma \sin\alpha & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma \cos\alpha & -\cos\gamma \sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$



步驟五：

透過齊次轉換矩陣 H_1^0 計算 D、E 點在第 1 號座標系上之位置，如式(7)及式(8)所示。

$$\begin{bmatrix} x_D^1 \\ y_D^1 \\ z_D^1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \cos\alpha & \sin\gamma \sin\alpha & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma \cos\alpha & -\cos\gamma \sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_x^0 \\ D_y^0 \\ D_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x_E^1 \\ y_E^1 \\ z_E^1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \cos\alpha & \sin\gamma \sin\alpha & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma \cos\alpha & -\cos\gamma \sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_x^0 \\ E_y^0 \\ E_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

步驟六：

利用餘弦定理與 D、E 兩點在第一號座標系之位置計算沿著 Y 軸旋轉的角度 β ，如式(9a)所示；使用旋轉角 β 在第 1 號座標系上建立第 2 號座標系，其齊次轉換矩陣為 H_2^1 ，如式(9b)所示。

$$\beta = -\tan^{-1}\left(\frac{D_x^1 - E_x^1}{D_z^1 - E_z^1}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{D_z - E_z}{\sqrt{(D_x^1 - E_x^1)^2 + (D_z^1 - E_z^1)^2}}\right) \quad (9a)$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9b)$$

步驟七：

將兩齊次轉換矩陣相乘可得到第 0 號座標系相對於第 2 號座標系的其次轉換矩陣 H_2^0 ，如式(10)所示。

$$H_2^0 = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & -\cos\alpha \sin\gamma \\ \cos\gamma \sin\alpha \sin\beta + \cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma \\ -\cos\alpha \sin\beta & \sin\alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma \sin\beta - \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma & 0 \\ -\cos\beta \cos\gamma \sin\alpha + \sin\beta \sin\gamma & 0 \\ \cos\alpha \cos\beta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

步驟八：

各定位器在第 0 號座標系上之位置經過 H_2^0 運算後，如式(11)至式(16)，為各定位器在第 2 號座標系上之位置。

$$\begin{bmatrix} A_x^2 \\ A_y^2 \\ A_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} A_x^0 \\ A_y^0 \\ A_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} B_x^2 \\ B_y^2 \\ B_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B_x^0 \\ B_y^0 \\ B_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} C_x^2 \\ C_y^2 \\ C_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} C_x^0 \\ C_y^0 \\ C_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} D_x^2 \\ D_y^2 \\ D_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} D_x^0 \\ D_y^0 \\ D_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_x^0 \\ E_y^0 \\ E_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} F_x^2 \\ F_y^2 \\ F_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} = (H_2^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_x^0 \\ F_y^0 \\ F_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

步驟九：

再將第 2 號座標系上定位器之位置與治具定位器設計的理想位置做比較即可得到位置誤差向量 d 如式(17)至式(20)，並建立第 3 號座標系與第 2 號座標系之齊次轉換矩陣 H_3^2 ，如式(21)所示；將第 2 號座標系的 X、Y、Z 軸分別偏移 d_x 、 d_y 與 d_z 構成第 3 號座標系，其齊次轉換矩陣 H_3^2 ，如式(21)所示。在治具之定位點上的第 0 號座標系與由定位器誤差所



計算出之定位點的第 3 號座標系間的關係為 H_3^0 ，如式(22)所示。

$$d_x = F_x^2 - F_x \quad (17)$$

$$d_y = A_y^2 - A_y = B_y^2 - B_y = C_y^2 - C_y \quad (18)$$

$$d_z = D_z^2 - D_z = E_z^2 - E_z \quad (19)$$

$$d = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$H_3^0 = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & -\cos\alpha \sin\gamma \\ \cos\gamma \sin\alpha \sin\beta + \cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma \\ -\cos\alpha \sin\beta & \sin\alpha \\ 0 & 0 \\ \cos\gamma \sin\beta + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma & d_x \\ -\cos\beta \cos\gamma \sin\alpha + \sin\beta \sin\gamma & d_y \\ \cos\alpha \cos\beta & d_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

將前述步驟計算結果整理如表 1 所示之治具位置及方位誤差，並且將計算結果 d_x 、 d_y 、 d_z 與 α 、

β 、 γ 輸入加工程式之斜面加工指令的“翻滾-俯仰-偏擺角”方法中內，使加工程序開始事前先將加工件偏移旋轉至加工路徑上，使之重合。而五軸加工機將會自動計算刀具移動時 A、C 軸與 X、Y、Z 軸各需偏移及偏轉量。

本研究量測補償前後治具定位點如表 2 所示，經過治具誤差預估補償後，定位點與定位器之相對關係獲得改善，最高達 96.65%，定位器 C 之改善率較不佳的原因可能是補償前精度較高，使補償較無顯著效果，平均改善率為 81%；定位器 E 補償前之誤差達到 1.9753 mm，本方法也可以使其獲得控制。由此可知，本研究有效改善治具誤差，所有治具定位器座標的定位方向都較補償前精確。

結論

CNC 五軸加工機將成為未來自動化加工產業的重要角色。在切削加工的工作程序中，治具的定位方式與治具定位器的精度，大幅的影響著加工精度，定位器些微的誤差，也將被放大在加工件上，所以藉由 CNC 五軸加工機的特性，本論文提出一種有效的治具定位流程，改善傳統的定位方式，減少治具定位誤差。五軸加工機除了方便撰寫簡單的

表 1 位置及方位誤差計算結果

方位誤差計算結果	旋轉順序 $\Gamma \rightarrow A \rightarrow B$	位置誤差計算結果	[MM]
α	0.0787	d_x	-0.6356
β	-6.1530	d_y	0.0127
γ	-0.0187	d_z	-2.9990

表 2 治具量測結果[mm]

定位器	設計尺寸	補償前 [MM]	誤差[MM]	補償後[MM]	誤差[MM]	改善率
A	-9	-8.9582	0.0418	-9.0014	0.0014	96.65%
B	-10	-9.9732	0.0268	-9.9984	0.0016	94.03%
C	-9	-8.9843	0.0157	-8.9904	0.0096	38.85%
D	-1.9	-1.9356	0.0356	-1.9050	0.0050	85.96%
E	-26.55	-24.0247	1.9753	-26.8360	0.2860	85.52%
F	30.65	30.6370	0.013	30.6482	0.0028	86.15%



斜面加工指令外，本研究將斜面加工指令用於治具誤差補償，將治具誤差當成斜面進行加工。為了計算治具誤差，本研究配合加工機測頭系統量測治具定位器使用齊次轉換矩陣計算補償值。

治具為固定加工件之工具，其意義為透過定位器限制加工件之六個自由度，在各定位器貼合加工件的情況下，使加工件在進行加工時不會因切削力而使加工件位移或鬆動。從治具誤差的角度觀察發現，治具誤差主要由定位器精度而產生，從製造治具的機台加工精度與加工環境等，且治具精度將會放大並反映在加工件精度上，使成品之精度無法提升。本研究由治具上蒐集六個定位器的點資料，計算斜面加工指令所需要的位置與方位誤差，由於補償前後可得到兩座標系，利用齊次轉換矩陣與餘弦定理計算治具誤差並且得到兩座標的旋轉及偏移關係，就可以透過斜面加工指令中的“翻滾-俯仰-偏擺角”方法之定義做補償。在應用例中，治具精度可藉由本研究所提出的計算方法及步驟獲得改善。

致謝

感謝愛爾蘭商速聯股份有限公司台灣分公司、心得科技工業股份有限公司、永進機械工業股份有限公司、工研院智慧機械科技中心(計畫編號G353C91210)的支持，使本研究得以順利進行，特此致上感謝之意。

參考文獻

- [1] E. J. Salisbury and F. E. Peters, "Impact of surface errors on fixtured workpiece location and orientation," SME, Dearborn, MI, United States, Atlanta, GA, USA, Report1998.
- [2] Y. Rong, W. Hu, Y. Kang, Y. Zhang, and D. W. Yen, "Locating error analysis and tolerance assignment for computer-aided fixture design," *Int. J. Prod. Res.*, vol. 39, pp. 3529-3545, 2001.
- [3] X. J. Wan, C. H. Xiong, C. Zhao, and X. F. Wang, "A unified framework of error evaluation and adjustment in machining," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 48, pp. 1198-1210, 2008.
- [4] W. Tang, Y. Li, J. Yu, J. Zhang, and L. Yu, "Locating error analysis for workpieces with general fixture layouts and parameterized tolerances," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 230, pp. 416-427, 2016.
- [5] B. Li and S. N. Melkote, "Improved workpiece location accuracy through fixture layout optimization," *Int. J. Mach. Tools Manuf.* vol. 39, pp. 871-883, 1999.
- [6] H. T. Sánchez, M. Estrems, and F. Faura, "Analysis and compensation of positional and deformation errors using integrated fixturing analysis in flexible machining parts," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 29, pp. 239-252, 2006.
- [7] G. Qin, W. Zhang, Z. Wu, and M. Wan, "Systematic modeling of workpiece-fixture geometric default and compliance for the prediction of workpiece machining error," *J. Manuf. Sci. Eng., Transactions of the ASME*, vol. 129, pp. 789-801, 2007.
- [8] A. Raghu and S. N. Melkote, "Modeling of workpiece location error due to fixture geometric error and fixture-workpiece compliance," *J. Manuf. Sci. Eng., Transactions of the ASME*, vol. 127, pp. 75-83, 2005.
- [9] S. Khodaygan, "A method for locator errors compensation in the fixture - Workpiece system," *SAE Int. J. Mater. Manuf.*, vol. 6, pp. 494-501, 2013.
- [10] S. Khodaygan, "Manufacturing error compensation based on cutting tool location correction in machining processes," *Int. J. Computer Integr. Manuf.*, vol. 27, pp. 969-978, 2014.
- [11] M. Fallah and B. Arezoo, "Modelling and compensation of fixture locators error in CNC milling," *Int. J. Prod. Res.*, vol. 51, iss. 15, pp. 4539-4555, 2013.
- [12] FANUC Series 30i 31i 32i Model B Operators Operation Manual Book