

撓性減振材料動剛性設計模型解析與建立

Time-domain Continuous Equations for the Dynamic Stiffness Design of Hyperelastic Materials

陳國豐¹、魏守賢²

¹ 金屬工業研究發展中心

² 竹昌橡膠股份有限公司

前言

對於超彈性體(橡膠)高度非線性的動態特性(動剛性)，就目前的黏彈性模型(viscoelastic model)、彈塑性模型(elastoplastic model)或疊加模型(generalized Maxwell model)[7]-[10]，都無法完整描述其寬廣頻域反應特性。例如以疊加模型進行擬合，頻率範圍在 1 Hz ~ 1e12 Hz 間須達 40 項次方能有效逼近實驗數值 [11]。本研究目的即在於整合目前動剛性模型，加入新的連續方程式及參數補足其缺陷，以滿足有限元素分析所需的非線性精度。

動剛性模型解析與整合

撓性減振元件設計多以超彈性體材料模型為基礎，整合拓撲分析方式，進行初階的結構收斂。超彈性體材料模型在靜態的應力應變關係採用應變能理論，不管是 Mooney、Ogden 或 Treloar... 模型 [1]-[6] 都可以在應變量 500% 以下時達到與實驗值非常吻合的連續方程式。然而以橡膠為主的超彈性體在動態特性上具有高度的非線性特性，目前的擬合方法多應用數種線性模型疊加，如 generalized Maxwell model 或是 generalized viscoelastic-elastoplastic model，此方法導致方程式項次過多，並具有很長的積分函數，使得有限元素分析時佔用大量的計算時間，例如以 generalized Maxwell model 代表的阻尼模型的鬆弛函數(relaxation model)，其函式如下：

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t-\tau)\varepsilon'(\tau)d\tau \quad (1)$$

σ 為應力， ε' 代表應變變化， E 則為鬆弛模數。此方程式在頻域(frequency domain)時，可以簡化為儲存模數與損失模數，但是應用於時域(time domain)牽涉到長時間積分，不利於分析計算。保留鬆弛函數的原始精神，更新為時域的緊弛函數如下：

$$E'(t) = c_1(E_T - E(t))^{c_2} \quad (2)$$

c_1 與 c_2 為常數係數， E_T 代表材料在某一應變速度下的目標模數，其意義相同於固定應變下的 E_∞ ，模數是隨時間變化，且不僅有鬆弛特性，亦可能有張緊特性。張緊現象存在於應變速度逐漸加大時，通常拉伸或壓縮實驗時較難測量確實數據，但可由拉伸壓縮速度不同時橡膠表現出不同的應力結果得知其存在。假設其模數亦有飽和現象，函式如下：

$$E_T(t) = \frac{(E_h - E_l)}{1 + \exp\left(\frac{1}{c_3|V|^{c_4} + c_5}\right)} + E_l \quad (3)$$

E_h 代表高速應變的飽和模數， E_l 代表低速應變的飽和模數，兩者均為常數。 V 為應變速度， c_3 、 c_4 、 c_5 代表常數係數。

然而上述兩個時域動態阻尼模型並未能完全擬合橡膠的特性，因此有摩擦係數模型(friction model)導入，本研究假設橡膠的摩擦係數在不同應變速度下不同，函式如下：

$$F(t) \times \text{sign}(V) = \frac{(F_h - F_l)}{\exp\left(\frac{1}{c_6|V|^{c_7} + c_8}\right)} + F_l \quad (4)$$

更完整的內容

詳見 | 機械工業雜誌 | • 435 期 • 108 年 6 月號

機械工業雜誌·每期 **220** 元·一年 12 期 **2200** 元

線上訂購網址：<https://www.automan.tw/magazine/orderMag.aspx>

付款方式

1. 郵局劃撥—戶名：財團法人工業技術研究院機械所 帳號：07188562
請於劃撥單的通訊欄寫明：購買期數、金額等
2. 匯款資料—兆豐國際商業銀行新竹分行(代號 017)
帳號：203-07-02288-0 戶名：財團法人工業技術研究院
3. 信用卡—請填寫信用卡 [訂購單](#)

麻煩您將 繳款收執 或 信用卡刷卡單 傳真至 (03)582-2011，我們會盡快處理您的訂單並開通權限，再次感謝您的支持與愛護。

訂書專線：03-591-9339

傳 真：03-582-2011

機械工業雜誌·官方網站：www.automan.tw 機械工業雜誌·信箱：jmi@itri.org.tw

機械工業雜誌 優惠訂購單

訂閱一年 **12** 期

\$ 2200 / 續訂戶 \$ 2000

好禮二選一

- A** 史欽泰墨寶帆布袋
- B** 工研院機械所無人車USB (8G)

訂閱紙本+電子雜誌

\$ 3000 原價 \$ 4400

一年12期

贈送

- A** 史欽泰墨寶帆布袋

訂閱二年 **24** 期

\$ 4000 / 續訂戶 \$ 3600

好禮四選二

- A** 史欽泰墨寶帆布袋
- B** 工研院機械所無人車USB (8G)
- C** 工具機叢書任一本
- D** 智慧機械人叢書任一本

限量專屬精品送給您



A



B



C



D